

Способ вычисления фактических логарифмических декрементов колебаний высотных сооружений

Борис Валентинович ОСТРОУМОВ, доктор технических наук, заведующий отделом высотных сооружений

Анастасия Ивановна КАРАКОЗОВА, аспирантка

ЗАО «ЦНИИПСК им. Мельникова», 117997 Москва, ул. Архитектора Власова, 49, e-mail: info@stako.ru

В связи с неопределенностью нахождения логарифмического декремента колебаний в СНиП 2.01.07-85*, необходимого для принятия величины коэффициента динамичности при расчете сооружений, приводится способ его вычисления на основе построения спектра реакций сооружений на воздействие пульсаций скорости ветра.

Ключевые слова: ветровое воздействие, колебания, частота колебаний, логарифмический декремент колебаний, спектральная плотность.

THE METHOD OF CALCULATION OF A REAL LOGARITHMIC OSCILLATION DECREMENT OF HIGH-RISE STRUCTURES

Boris V. OSTROUMOV, Anastasiya I. KARAKOZOVA

In connection with the problem of finding of a real logarithmic oscillation decrement in SNiP 2.01.07-85* necessary for acceptance of a value of a dynamism factor in the course of designing of structures the method of its calculation on the basis of construction of a range of reactions of the structures to the impact of wind speed pulsations is presented.

Key words: wind influence, fluctuations, frequency of fluctuations, logarithmic oscillation decrement, spectral density.

При расчете высотных сооружений (мачты, башни, дымовые трубы и т. п.) значительную роль в формировании их напряженно-деформированного состояния играет динамическая составляющая ветровой нагрузки (пульсации скорости ветра). Для этих сооружений пульсационная составляющая ветровой нагрузки определяется по формулам «б» или «в» п. 6.7 СНиП 2.01.07-85* [1], в которые входит коэффициент динамичности, определяемый в зависимости от ветрового давления, частоты колебаний сооружения и логарифмического декремента колебаний. Если ветровое давление определяется местоположением сооружения (по ветровому району), а частота колебаний — расчетом, то значение логарифмического декремента колебаний может быть получено только в результате натурных измерений. При проведении расчетов СНиП 2.01.07-85* предлагает лишь два значения декремента в зависимости от материала и характеристик конструкций.

Далее приводится методика определения значений логарифмического декремента колебаний по графику экспериментального спектра реакции сооружения.

Компоненты пульсационной составляющей — скорость ветрового потока, аэродинамические силы и реакции сооружений — являются случайными функциями времени и выражаются через энергетический спектр $S(\omega)$. Для продольных пульсаций скорости ветра в нормах [1] используется эмпирический спектр Давенпорта [2]

$$S_v(f) = \frac{4k_0 u^2 v_{10}^2}{f(1+u^2)^{4/3}}, \quad (1)$$

где $u = fL/v_{10}$ — приведенная частота; f — частота колебаний, Гц; L — масштаб длины, м; v_{10} — средняя скорость ветра на высоте 10 м; k_0 — коэффициент лобового сопротивления подстилающей поверхности.

Спектральные характеристики аэродинамических сил и реакций могут быть получены из спектра скоростей ветра при помощи передаточных функций (рис. 1). Здесь $\omega = 2\pi f$ — круговая частота пульсаций скорости ветра, рад/с.

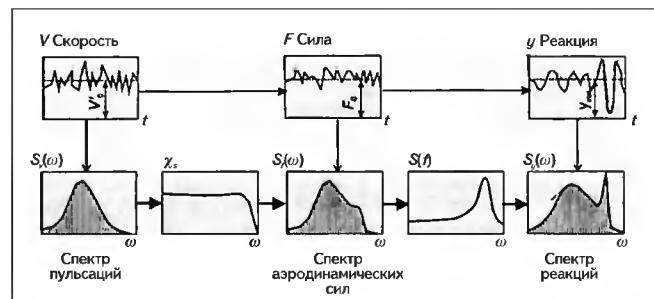
Для линейно протяженных высотных сооружений из металла аэродинамическая передаточная функция χ_s может быть принята равной 1, поскольку характерный поперечный размер сооружений всегда будет значительно меньше длины волн турбулентных пульсаций скорости ветра.

Механическая передаточная функция $H(f)$ определяется из дифференциального уравнения для системы с одной степенью свободы

$$m \frac{d^2y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky = F(t), \quad (2)$$

где m — масса системы; c — коэффициент жесткости системы; k — коэффициент упругой восстанавливающей силы; $y(t)$ — координата перемещений; $F(t)$ — внешнее воздействие.

Рис. 1. Схема определения динамических реакций системы на воздействие порывов ветра



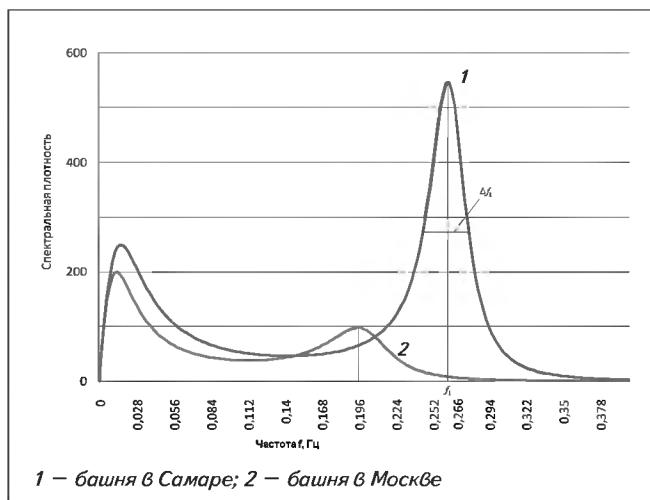


Рис. 2. Спектральные плотности реакций сооружений $S_Y(f)$

Разделив обе части формулы (2) на массу m и введя соответствующие обозначения, получим

$$y'' + 2\omega_1 y' + \omega_1^2 y = F(t)/m, \quad (3)$$

где ω_1 – круговая частота собственных колебаний системы (сооружения):

$$\omega_1 = 2\pi f_1; \quad k/m = \omega_1^2 = (2\pi f_1)^2; \quad (4), (5)$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ – собственная частота колебаний; } \quad (6)$$

$$c/m = 2\omega_1 = 2\pi \cdot 2\pi f_1, \text{ откуда } \quad (7)$$

$$n = \frac{c}{2 \cdot 2\pi m f_1} = \frac{c}{2 \cdot 2\pi m \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \right)} = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (8)$$

Коэффициент затухания системы n связан с логарифмическим декрементом колебаний зависимостью, которую можно вывести из определения декремента как отношения амплитуд колебаний, отстоящих одна от другой на время, равное периоду $T_1 = t_{i+1} - t_i$:

$$\begin{aligned} \delta &= \ln \left(\frac{y(t_i)}{y(t_{i+1})} \right) = \ln \left(\frac{A e^{-\frac{c}{2m} t_1} \sin(\omega t_i + \phi) + B}{A e^{-\frac{c}{2m} t_{i+1} + T} \sin(\omega(t_i + T_1) + \phi) + B} \right) = \\ &= \ln \left(e^{-\frac{c}{2m}(t_{i+1} - t_i - T_1)} \right) = \ln(e^{-\frac{c}{2m} T}) = \frac{c}{2m} T_1 = \\ &= \frac{c}{2m} \frac{1}{f_1} = 2\pi f_1 \frac{1}{f_1} = 2\pi, \end{aligned} \quad (9)$$

где $y(t) = A e^{-\frac{c}{2m} t_1} \sin(\omega t + \phi) + B$. (10)

Формула (10) представляет собой решение уравнения (2) при действии импульсной нагрузки.

Опуская некоторые математические операции, связанные с интегрированием корреляционных функций, можно получить выражение, описывающее спектры, приведенные на рис. 1:

Физико-механические характеристики сооружений

Показатель	Башня в Самаре	Башня в Москве
Высота, м	200	260
Ветровой район	III	I
Нормативное значение ветрового давления, Па	380	230
Собственная частота колебаний f_1 , Гц	0,265	0,203
Логарифмический декремент колебаний	0,07	0,14

$$S_Y(f) = |H(f)|^2 S_U(f), \quad (11)$$

$$\text{где } |H(f)|^2 = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{f}{f_1} \right)^2 \right)^2 + 4n^2 \left(\frac{f}{f_1} \right)^2}. \quad (12)$$

Выражение (12) представляет собой квадрат передаточной функции механической системы, полученной при помощи преобразования Фурье обеих частей уравнения (2).

Оба множителя правой части (11) известны (это выражения (1) и (12)), на основании чего могут быть построены графики спектральной плотности реакций сооружений (рис. 2).

Оба сооружения имеют принципиально одинаковое конструктивное решение, однако разные физико-механические характеристики (см. таблицу).

Коэффициент затухания определен из записей амплитуд колебаний на упомянутых сооружениях, преобразованных по специальной программе в спектры, по приведенной ниже формуле [3]:

$$n \approx \frac{\Delta f_1}{2f_1}, \quad (13)$$

где f_1 – собственная частота колебаний, соответствующая максимуму на графике спектра (см. рис. 2); Δf_1 – ширина резонансного пика на уровне половины максимума спектра.

Логарифмический декремент колебаний может быть получен подстановкой (13) в (9).

ЛИТЕРАТУРА

- СНиП 2.01.07-85*. Нагрузки и воздействия.
- Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра. М. : Стройиздат, 1978. 217 с.
- Остроумов Б. В. Исследования, разработка и внедрение высотных сооружений с гасителями колебаний : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 2003. 425 с.
- Davenport A.G. Gust loading factors // J. of the structural division Proceedings of the American Society of Civil Engineers. 1967. June. Vol. 93. P. 11–34.
- Мазурин Н. Ф. Статистические характеристики пограничного слоя атмосферы, полученные с помощью автоматизированного измерительного комплекса высотной метеорологической мачты : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Обнинск, 1974. 206 с.
- Остроумов Б. В., Гусев М. А., Бредов А. В. Методика расчета высоких гибких сооружений с низким конструкционным демпфированием на пульсационную составляющую ветровой нагрузки // Промышленное и гражданское строительство. 2008. № 5. С. 9–11.